

प्राथमिक स्तर पर गणित अध्ययन सीखने के प्रतिफल (कक्षा 1 से 5)

परिचय

विगत वर्षों के विभिन्न शैक्षिक सर्वेक्षण तथा उपलब्धि आँकड़े प्रदर्शित करते हैं कि राज्यों/केंद्र शासित प्रदेशों के प्रयासों के बावजूद विद्यार्थियों के विभिन्न विषयों, विशेषकर गणित विषय, में सीखने की उपलब्धि अपेक्षित स्तर तक प्राप्त नहीं हो पाई है। यह एक वास्तविकता है कि अधिकतर शिक्षक निर्धारित पाठ्यक्रम तो पूरा कर लेते हैं परंतु उन्हें इस बात की स्पष्ट जानकारी नहीं होती है कि गणित तथा अन्य विषयों में बच्चों से सीखने की क्या अपेक्षाएँ हैं।

एक बच्चे को क्या आना चाहिए, उसे क्या करने में सक्षम होना चाहिए और समय के साथ उसमें किस प्रकार की समझ का विकास होना चाहिए— इन सभी को 'पाठ्यचर्या की अपेक्षाओं' द्वारा परिभाषित किया जाता है। पाठ्यचर्या की अपेक्षाओं और पाठ्यक्रम से प्राप्त होने वाले सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes) सभी हितधारकों (Stakeholders) को इस बात को समझने में मदद कर सकते हैं कि किन लक्ष्यों को प्राप्त करना है। सीखने के प्रतिफलों को आमतौर पर मूल्यांकन मानकों या मूल्यांकन के मानक स्तर के रूप में माना जाता है।

सीखने-सिखाने की प्रक्रिया (Pedagogical Processes) में अंतिम उत्पाद यानी सीखने के परिणामों पर ज़ोर देने से उन्हें बिना समझे रटकर प्राप्त करने का प्रयास किया जाने लगता है। गणित भी इससे अछूता नहीं है। गणित सीखने में अंतिम उत्पाद पर ज़ोर देने से, तथ्यों को याद करने और बिना समझ के एल्गोरिद्म के उपयोग को बढ़ावा मिलता है। इसके साथ ही यह बच्चों में गणितीय विचारों तथा अवधारणाओं का दैनिक जीवन में उपयोग करने में अड़चन पैदा करता है। इन बातों का ध्यान रखते हुए गणित को पर्यावरण के घटकों के साथ एकीकृत किया गया है। शिक्षकों से यह अपेक्षा है कि गणित की विभिन्न अवधारणाओं को सिखाने के दौरान बच्चों को ऐसे अवसर प्रदान करें जिससे वे अपने आस-पास (स्वयं, परिवार, विद्यालय आदि) के वातावरण की छानबीन कर सकें तथा उनसे संबंध स्थापित कर सकें। सीखने-सिखाने की प्रक्रिया के सुझावों में ऐसे उदाहरण भी सम्मिलित हैं।

सीखना एक सतत प्रक्रिया है। दक्षता विकसित करने के लिए उपयोग में लाई गई सीखने-सिखाने की प्रक्रियाएँ सीखने के प्रतिफलों को प्रभावित करती हैं। सीखने वालों से यह अपेक्षा की जाती है

कि वे गणित का उपयोग महत्वपूर्ण साधन के रूप में करें। एक ऐसा साधन जिसके बारे में वे चर्चा कर सकें और छानबीन के लिए उसका उपयोग कर सकें तथा जिसके प्रयोग से गणित की संरचना की समझ विकसित हो सके। यही कारण है कि इस दस्तावेज़ में कक्षा 1 से 8 तक के गणित में सीखने के प्रतिफलों के साथ-साथ सीखने-सिखाने की प्रक्रियाएँ भी दी गई हैं जिन्हें प्रतिफलों को प्राप्त

करने के लिए उपयोग में लाया जा सकता है। सीखने-सिखाने की ये प्रक्रियाएँ पूर्ण रूप से सुझाव के तौर पर हैं तथा इन्हें बच्चों एवं कक्षा के वातावरण के अनुरूप बदला जा सकता है। एक नवाचारी तथा सृजनशील शिक्षक इन प्रस्तावित तथा अन्य विभिन्न सीखने-सिखाने की प्रक्रियाओं का उपयोग कर बच्चों द्वारा सीखने के प्रतिफलों को प्राप्त करने में सहायक हो सकता है।

पाठ्यचर्या की अपेक्षाएँ

बच्चों से अपेक्षाएँ की जाती हैं कि वे —

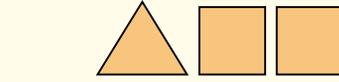
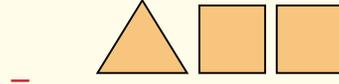
- दैनिक जीवन के संदर्भों एवं गणितीय विचारों में संबंध स्थापित कर सकें।
- आकारों एवं आकृतियों को समझ सकें तथा उनके अवलोकनीय गुणों में समानता एवं अंतर को स्पष्ट कर सकें।
- दैनिक जीवन में संख्याओं पर संक्रियाएँ (जोड़, घटा, गुणा तथा भाग) करने के अपने तरीकों का विकास कर सकें।
- संख्याओं पर संक्रियाओं के मानक एल्गोरिद्म की समझ के साथ गणितीय भाषा और प्रतीकों की समझ विकसित कर सकें।
- दो या दो से अधिक संख्याओं की संक्रियाओं के परिणामों का अनुमान लगा सकें तथा दैनिक जीवन में इस कौशल का उपयोग कर सकें।
- पूर्ण के हिस्से को भिन्न के रूप में एवं साधारण भिन्नो को बढ़ते या घटते क्रम से प्रदर्शित कर सकें।
- अपने परिवेश से सरल आँकड़ों का संकलन, प्रदर्शन एवं व्याख्या कर सकें तथा इनका दैनिक जीवन में प्रयोग कर सकें।
- आकृतियों तथा संख्याओं के सरल पैटर्न की पहचान एवं विस्तार कर सकें।

कक्षा 1 (गणित)

सीखने-सिखाने की प्रस्तावित प्रक्रियाएँ	सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)
<p>सभी शिक्षार्थियों को जोड़े में/समूहों में/व्यक्तिगत रूप से कार्य करने के अवसर दिए जाएँ तथा उन्हें प्रोत्साहित किया जाए कि वे —</p> <ul style="list-style-type: none"> अपने आस-पास के संदर्भ/वातावरण तथा स्थितियों का अवलोकन करें, जैसे — विभिन्न चीजें, जो कक्षा-कक्ष के अंदर या बाहर हैं। स्थान संबंधी शब्दावाली/अवधारणाओं, जैसे — ऊपर-नीचे, अंदर-बाहर, शीर्ष-तल, पास-दूर, पहले-बाद में, मोटा-पतला, बड़ा-छोटा आदि की समझ के साथ उपयोग करें। दूर-पास, लंबी-छोटी, मोटी-पतली आदि चीजों की पहचान कर चित्रों द्वारा प्रदर्शित करें। मूर्त वस्तुओं या मॉडलों के साथ कार्य करें एवं उन्हें वर्गीकृत करें। उदाहरण के लिए, वे वस्तुएँ जो आकार में गोल हैं, जैसे — रोटी, गेंद आदि तथा वे जो गोल नहीं हैं, जैसे — पेंसिल बॉक्स। वस्तुएँ गिनें। उदाहरण के रूप में, किसी दिए गए समूह में से 9 तक वस्तुएँ निकाल सकें, जैसे — दिए गए बॉक्स में से 8 पत्तियाँ/4 मोती/6 आइसक्रीम की डंडियाँ आदि उठाना। वस्तुओं के दिए गए समूह में से गिनकर 20 तक की वस्तुएँ निकालें। दो समूह में से एक से एक मिलान (एक-एक की संगतता का उपयोग) करके अधिक है, कम है अथवा बराबर है — जैसे शब्दों का प्रयोग करें। 9 तक के अंकों का योग करने के लिए विभिन्न तरीकों को खोजें, जैसे — आगे गिनना तथा पहले से ज्ञात योग के तथ्य का उपयोग करना। 	<p>बच्चे —</p> <ul style="list-style-type: none"> विभिन्न वस्तुओं को भौतिक विशेषताओं, जैसे — आकृति, आकार तथा अन्य अवलोकनीय गुणों, जैसे — लुढ़कना, खिसकना के आधार पर समूहों में वर्गीकृत करते हैं। 1 से 20 तक की संख्याओं पर कार्य करते हैं <ul style="list-style-type: none"> 1 से 9 तक की संख्याओं का उपयोग करते हुए वस्तुओं को गिनते हैं। 20 तक की संख्याओं को मूर्त रूप से, चित्रों और प्रतीकों द्वारा बोलकर गिनते हैं। 20 तक संख्याओं की तुलना करते हैं, जैसे — यह बता पाते हैं कि कक्षा में लड़कियों की संख्या या लड़कों की संख्या ज्यादा है। दैनिक जीवन में 1 से 20 तक संख्याओं का उपयोग जोड़ (योग) व घटाने में करते हैं। <ul style="list-style-type: none"> मूर्त वस्तुओं की मदद से 9 तक की संख्याओं के जोड़ तथ्य बनाते हैं। उदाहरण के लिए, 3+3 निकालने के लिए 3 के आगे 3 गिनकर यह निष्कर्ष निकालते हैं कि 3+3=6 1 से 9 तक संख्याओं का प्रयोग करते हुए घटाने की क्रिया करते हैं, जैसे — 9 वस्तुओं के एक समूह में से 3 वस्तुएँ निकालकर शेष वस्तुओं को गिनते हैं और निष्कर्ष निकालते हैं कि 9 - 3 = 6 9 तक की संख्याओं का प्रयोग करते हुए दिन-प्रतिदिन में उपयोग होने वाले जोड़ तथा घटाव के प्रश्नों को हल करते हैं।

- 9 तक की संख्याओं को घटाने के विभिन्न तरीकों का विकास करें, जैसे — दिए गए समूह से दी गई संख्या के अनुसार वस्तुओं को निकालने के बाद बची हुई वस्तुओं को दोबारा गिनना।
- समूहन, आगे गिनना, जोड़ तथ्यों का प्रयोग आदि विभिन्न तरीकों द्वारा 20 तक की संख्याओं का जोड़ करें (जोड़ 20 से अधिक न हो)।
- वस्तुओं/चित्रों के द्वारा घटाने के विभिन्न तरीकों का विकास करें।
- दस के समूह तथा इकाई के रूप में 20 से बड़ी संख्याओं की गिनती करें, जैसे — अंक 38 में 10 के तीन समूह तथा 8 इकाइयाँ हैं।
- छूकर तथा अवलोकन द्वारा वस्तुओं को उनकी समानता तथा असमानता के आधार पर वर्गीकृत करें।
- ठोस वस्तुओं/आकृतियों को विभिन्न गुणों के आधार पर वर्गीकृत करने की क्रिया को शब्दों में व्यक्त करें।
- खेल मुद्राओं की सहायता से 20 रुपये तक की मान वाली खेल मुद्रा दिखाएँ।
- आस-पास के परिवेश में छोटी लंबाइयों का मापन अमानक इकाइयों, जैसे — अँगुली, बित्ता, भुजा, कदम आदि का प्रयोग करते हुए करें।
- कक्षा में किसी पैटर्न के अवलोकन पर चर्चा करें तथा बच्चों को अपने शब्दों में पैटर्न का वर्णन करने का मौका दें। बच्चे स्वयं पता लगाएँ कि आगे क्या आएगा और उत्तर के लिए उचित तर्क बता पाएँ।
- चित्रों, संदर्भों/स्थितियों का अवलोकन कर सूचना एकत्र करें, जैसे — वस्तुओं की संख्या।

- 99 तक की संख्याओं को पहचानते हैं एवं संख्याओं को लिखते हैं।
- विभिन्न वस्तुओं/आकृतियों के भौतिक गुणों का अपनी भाषा में वर्णन करते हैं, जैसे — एक गेंद लुढ़कती है, एक बॉक्स खिसकता है, आदि।
- छोटी लंबाइयों का अनुमान लगाते हैं, अमानक इकाइयों, जैसे — अँगुली, बित्ता, भुजा, कदम आदि की सहायता से मापते हैं।
- आकृतियों तथा संख्याओं के पैटर्न का अवलोकन, विस्तार तथा निर्माण करते हैं। उदाहरण के लिए, आकृतियों/वस्तुओं/संख्याओं की व्यवस्था, जैसे —



— 1, 2, 3, 4, 5,

— 1, 3, 5,

— 2, 4, 6,

— 1, 2, 3, 1, 2, , 1, , 3,

- आकृतियों/संख्याओं का प्रयोग करते हुए किसी चित्र के संबंध में सामान्य सूचनाओं का संकलन करते हैं, लिखते हैं तथा उनका अर्थ बताते हैं। (जैसे किसी बाग के चित्र को देखकर विद्यार्थी विभिन्न फूलों को देखते हुए यह नतीजा निकालते हैं कि एक विशेष रंग के पुष्प अधिक हैं।)
- शून्य की अवधारणा को समझते हैं।

कक्षा 2 (गणित)

सीखने-सिखाने की प्रस्तावित प्रक्रियाएँ	सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)
<p>सभी शिक्षार्थियों को जोड़ों में/समूहों में/व्यक्तिगत रूप से कार्य करने के अवसर दिए जाएँ तथा उन्हें प्रोत्साहित किया जाए कि वे —</p> <ul style="list-style-type: none"> संख्याओं के नाम तथा संख्याओं को लिखने का पैटर्न पहचानें, 99 तक की संख्याओं को पढ़ें तथा लिखें। संख्याओं के समूह बनाने तथा पहचानने की प्रक्रिया में अंकों के स्थानीय मान की समझ का उपयोग करें। 9 तक के जोड़ तथ्यों का उपयोग करते हुए 99 तक की दो अंकों की संख्याओं का जोड़ करें। संख्याओं को जोड़ने एवं घटाने के लिए कुछ नए तरीकों का विकास तथा उपयोग करें। ऐसी परिस्थितियों की खोज करें जिनमें संख्याओं के जोड़ने तथा घटाने की आवश्यकता होती है। उदाहरण के लिए, दो समूहों को मिलाना, किसी समूह में कुछ और वस्तुओं को मिलाकर बड़ा करना। जोड़ व घटा पर आधारित अपने संदर्भ, स्थितियाँ तथा प्रश्न विकसित करें। ऐसी परिस्थितियाँ बनाएँ जहाँ पर एक संख्या का बार-बार जोड़ करना पड़ता है। त्रि-आयामी वस्तुओं के विभिन्न सतहों का कागज़ पर खाका उतारें तथा उनके संगत द्वि-आयामी आकृतियों का नाम बताएँ। कागज़ मोड़कर/कट आउट की मदद से अवलोकनीय विशेषताओं के आधार पर आकृतियों का वर्गीकरण करें। 	<p>बच्चे —</p> <ul style="list-style-type: none"> दो अंकों की संख्या के साथ कार्य करते हैं। <ul style="list-style-type: none"> 99 तक की संख्याओं को पढ़ते तथा लिखते हैं। दो अंकों की संख्याओं को लिखने एवं तुलना करने में स्थानीय मान का उपयोग करते हैं। अंकों की पुनरावृत्ति के साथ और उसके बिना दो अंकों की सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या को बनाते हैं। दो अंकों की संख्याओं के जोड़ पर आधारित दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करते हैं। दो अंकों की संख्याओं को घटाने पर आधारित दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करते हैं। 3-4 नोट तथा सिक्कों (समान/असमान मूल्यवर्ग के) का प्रयोग करते हुए 100 रुपये तक की मान वाली खेल मुद्रा को दर्शाते हैं। मूलभूत 3D (त्रिविमीय) तथा 2D (द्विआयामी) आकृतियों की उनकी विशेषताओं के साथ चर्चा करते हैं। <ul style="list-style-type: none"> 3D (त्रिविमीय) आकृतियों, जैसे — घनाभ, बेलन, शंकु, गोला आदि को उनके नाम से पहचानते हैं। सीधी रेखा एवं घुमावदार रेखा के बीच अंतर करते हैं। सीधी रेखा का खड़ी, पड़ी, तिरछी रेखा के रूप में प्रदर्शन करते हैं।

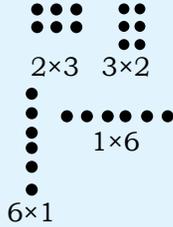
- आकृतियों तथा उनके बाहरी तौर पर दिखने वाले गुणों का वर्णन करने के लिए देखने तथा छूने की समझ का उपयोग करें।
- विभिन्न मूल्यवर्ग की खेल मुद्रा का उपयोग करते हुए 100 रुपये तक के मानों का जोड़ करें।
- एकसमान परंतु अमानक इकाइयों का प्रयोग करते हुए विभिन्न लंबाइयों/दूरियों का मापन करें।
- वस्तुओं के भार मापन के लिए प्रयोग में आने वाली विभिन्न तुलाओं का अवलोकन करें तथा अवलोकन और अनुभवों पर चर्चा करें।
- एक साधारण तुला बनाएँ तथा अपने आस-पास स्थित विभिन्न वस्तुओं का भार मापें तथा उनकी तुलना करें।
- दो या दो से अधिक बर्तनों की धारिता की तुलना करें।
- किसी विशेष दिन या सप्ताह के किसी दिन के बारे में चर्चा करें जब वे अपने परिवार के सदस्यों के साथ समय बिताते हैं तथा उनके साथ घरेलू काम करते हैं।
- एक पैटर्न में बार-बार दोहराई जाने वाली इकाई बताएँ तथा पैटर्न के विस्तार के बारे में बातचीत करें।
- आकृतियों, अँगूठे के निशान, पत्तियों के निशान तथा संख्याओं आदि की सहायता से बने पैटर्न का विस्तार करें।
- अपने आस-पास के व्यक्तियों से सूचना एकत्र करें, उसका अभिलेखन कर उससे कुछ निष्कर्ष निकालें।
- लंबाइयों/दूरियों तथा बर्तनों की धारिता का अनुमान लगाते हैं तथा मापन के लिए एकसमान परंतु अमानक इकाइयों, जैसे — छड़/पेंसिल, कप/चम्मच/ बाल्टी इत्यादि का प्रयोग करते हैं।
- सामान्य तुला का प्रयोग करते हुए वस्तुओं की तुलना 'से भारी'/'से हल्की' शब्दों का उपयोग करते हुए करते हैं।
- सप्ताह के दिनों तथा वर्ष के माह को पहचानते हैं।
- विभिन्न घटनाओं को घटित होने के समय (घंटों/दिनों) के अनुसार क्रम से दिखाते हैं, जैसे — क्या कोई बच्चा घर की तुलना में स्कूल में ज्यादा समय तक रहता है?
- संकलित आँकड़ों से निष्कर्ष निकालते हैं, जैसे — 'समीर के घर में उपयोग में आने वाले वाहनों की संख्या एंजिलीना के घर में उपयोग किए जाने वाली वाहनों की तुलना में अधिक है।'

कक्षा 3 (गणित)

सीखने-सिखाने की प्रस्तावित प्रक्रियाएँ

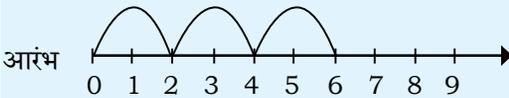
सभी शिक्षार्थियों को जोड़ों में/समूहों में/व्यक्तिगत रूप से कार्य करने के अवसर दिए जाएँ तथा उन्हें प्रोत्साहित किया जाए कि वे —

- अपने परिवेश में बड़ी संख्याओं में उपलब्ध वस्तुओं को 100 के समूह, 10 के समूह और इकाइयों के रूप में गिनें।
- एक समूह कोई संख्या (999 तक) लिखें तथा दूसरा समूह इसे पढ़ें।
- तीन अंकों की सबसे बड़ी/छोटी संख्या लिखने हेतु स्थानीय मान का प्रयोग करें (अंकों की पुनरावृत्ति हो सकती है/ नहीं भी हो सकती है।)
- दी गयी संख्या के लिए मूर्त वस्तुओं को व्यवस्थित करें और अलग-अलग गुणन तथ्यों की समझ विकसित करें, जैसे—6 आमों को निम्नांकित तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है।



- 2, 3, 4, 5 तथा 10 के लिए विभिन्न तरीकों का प्रयोग कर गुणन तथ्यों का विकास करें, जैसे —

— छोड़कर गिनना



— तथा बारंबार जोड़ द्वारा।

सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)

बच्चे —

- तीन अंकों की संख्या के साथ कार्य करते हैं।
 - स्थानीय मान की मदद से 999 तक की संख्याओं को पढ़ते तथा लिखते हैं।
 - स्थानीय मान के आधार पर 999 तक की संख्याओं के मानों की तुलना करते हैं।
 - दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने में 3 अंकों की संख्याओं का जोड़ तथा घटा करते हैं (दोबारा समूह बनाकर या बिना बनाएँ) (जोड़ का मान 999 से अधिक न हो)।
 - 2, 3, 4, 5 तथा 10 के गुणन तथ्य बनाते हैं तथा दैनिक जीवन की परिस्थितियों में उनका उपयोग करते हैं।
 - विभिन्न दैनिक परिस्थितियों का आकलन कर उचित संक्रियाओं का उपयोग करते हैं।
 - भाग के तथ्यों को बराबर समूह में बाँटने और बारंबार घटाने की प्रक्रिया के रूप में समझते हैं। उदाहरण के लिए, $12 \div 3$ में 12 को 3-3 के समूह में बाँटने पर कुल समूहों की संख्या 4 होती है अथवा 12 में से 3 को बारंबार घटाने की प्रक्रिया जो कि 4 बार में संपन्न होती है।
- छोटी राशियों को समूह अथवा बिना समूह के जोड़ते तथा घटाते हैं।
- मूल्य सूची तथा सामान्य बिल बनाते हैं।
- द्वि-आयामी आकृतियों की समझ अर्जित करते हैं।
 - कागज़ को मोड़कर, डॉट ग्रीड पर, पेपर कटिंग द्वारा बनी तथा सरल रेखा से बनी द्वि-आयामी आकृतियों को पहचानते हैं।

- बराबर बाँटना, समूह बनाना तथा उसे गणितीय रूप से अपने दैनिक जीवन से संबंधित करना आदि का अनुभव करें। उदाहरण के लिए, बच्चों में बराबर संख्या में मिठाई बाँटना।
- अपने आस-पास उपलब्ध त्रि-आयामी (3D) आकृतियों का अवलोकन करें तथा उनके संगत द्वि-आयामी (2D) आकृतियों, जैसे— त्रिभुज, वर्ग, वृत्त आदि के सापेक्ष समानता तथा असमानता के बारे में चर्चा करें।
- कागज़ को मोड़कर/काटकर द्वि-आयामी आकृतियाँ बनाएँ।
- अपने शब्दों/भाषा में द्वि-आयामी आकृतियों के गुणों, जैसे— कोनों, सतहों और किनारों की संख्या आदि की चर्चा करें। आस-पास के परिवेश, जैसे— फ़र्श, फुटपाथ आदि में स्थित विभिन्न आकृतियों के अवलोकन पर चर्चा करें तथा इस निष्कर्ष पर पहुँचें कि सभी आकृतियाँ सतह को पूरा-पूरा नहीं ढक सकती।
- विक्रेता तथा क्रेता का भूमिका-निर्वाह (रोलप्ले) आयोजित करें जिसमें खरीदने एवं बेचने की ऐसी गतिविधियाँ हों जिनमें राशियों के जोड़ तथा घटा की प्रक्रिया को खेल मुद्रा के माध्यम से प्रदर्शित किए जाने के अवसर हों।
- स्केल/टेप के द्वारा आस-पास में स्थित वस्तुओं की लंबाई मापें। सर्वप्रथम लंबाइयों का अनुमान लगाएँ। बाद में वास्तविक नाप लेकर अनुमान की पुष्टि करें।
- साधारण तुला के उपयोग से सामान्य वस्तुओं का भार मापें तथा उनकी तुलना करें। यह कार्य अमानक इकाइयों, जैसे— पत्थर अथवा वस्तुओं के पैकेट के माध्यम से किया जाएँ।
- द्वि-आयामी आकृतियों का वर्णन भुजाओं की संख्या, कोनों की संख्या (शीर्ष) तथा विकर्णों की संख्या के आधार पर करते हैं, जैसे— किताब के कवर की आकृति में 4 भुजा, 4 कोने तथा 2 विकर्ण होते हैं।
- दिए गए क्षेत्र को एक आकृति के टाइल की सहायता से बिना कोई स्थान छोड़े भरते हैं।
- मानक इकाइयों ग्राम, किलोग्राम तथा साधारण तुला के उपयोग से वस्तुओं का भार मापते हैं।
- अमानक इकाइयों का प्रयोग कर विभिन्न बर्तनों की धारिता की तुलना करते हैं।
- दैनिक जीवन की स्थितियों में ग्राम, किलोग्राम मापों को जोड़ते और घटाते हैं।
- कैलेंडर पर एक विशेष दिन तथा तारीख को पहचानाते हैं।
- घड़ी का उपयोग करते हुए घंटे तक समय पढ़ते हैं।
- सरल आकृतियों तथा संख्याओं के पैटर्न का विस्तार करते हैं।
- टेली चिह्न का प्रयोग करते हुए आँकड़ों का अभिलेखन करते हैं तथा उनको चित्रालेख के रूप में प्रस्तुति कर निष्कर्ष निकालते हैं।

- विभिन्न बर्तनों की धारिता मापें तथा मापन संबंधित अनुभवों को साझा करें। उदाहरण के लिए, एक बाल्टी को भरने के लिए कितने जग पानी की ज़रूरत होगी अथवा एक जग पानी से कितने गिलास भरे जा सकते हैं।
- चर्चा/कहानी के माध्यम से समय तथा कैलेंडर से संबंधित शब्दावली का प्रयोग करें।
- घड़ी तथा कैलेंडर पढ़ने का प्रयास करें।
- ज्यामिति तथा संख्या पैटर्न का अवलोकन तथा चर्चा करें। (विद्यार्थियों के समूह द्वारा पूरी कक्षा के सामने प्रस्तुतीकरण किया जा सकता है।)
- अपने तरीकों से आँकड़ों को इकट्ठा कर अभिलेखित करें तथा चित्रालेख के माध्यम से प्रस्तुत करें, जैसे— विद्यालय के बाग में विभिन्न रंगों के फूलों या कक्षा में छात्र तथा छात्राओं की संख्या।
- पत्रिकाओं तथा अखबारों से चित्रालेख लेकर उनकी व्याख्या करें तथा कक्षा-कक्ष में उसका प्रदर्शन करें।

कक्षा 4 (गणित)

सीखने-सिखाने की प्रस्तावित प्रक्रियाएँ

सभी शिक्षार्थियों को जोड़ों में/समूहों में/व्यक्तिगत रूप से कार्य करने के अवसर दिए जाएँ तथा उन्हें प्रोत्साहित किया जाए कि वे —

- विभिन्न तरीकों, जैसे — छोड़कर गिनना, पैटर्न का विस्तार आदि के माध्यम से गुणन तथ्यों को खोजें तथा लिखें। उदाहरण के लिए, 3 का पहाड़ा बनाने के लिए बच्चा छोड़कर गिनना, बार-बार जोड़ या निम्नलिखित पैटर्न का उपयोग कर सकता है —

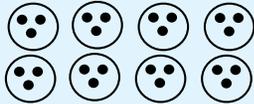
1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
-	-	-
-	-	-
-	-	-

- दो अंकों की संख्या का विस्तार करते हुए गुणा करें, जैसे — 23 को 6 से गुणा इस प्रकार किया जा सकता है —

$$23 \times 6 = (20+3) \times 6 = 20 \times 6 + 3 \times 6$$

$$120 + 18 = 138$$

- दैनिक जीवन की समस्याओं पर आधारित गुणा के प्रश्न बनाएँ तथा हल करें, जैसे — यदि एक पेन की कीमत 35 रुपये है, तो 7 पेन की कीमत कितनी होगी?
- गुणा के लिए मानक विधि पर चर्चा एवं विकास करें।
- भाग क्रिया के लिए समूह बनाएँ, जैसे — $24 \div 3$ का अर्थ है —



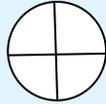
सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)

बच्चे —

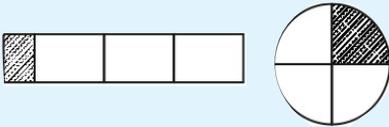
- संख्याओं की संक्रियाओं का उपयोग दैनिक जीवन में करते हैं
 - 2 तथा 3 अंकों की संख्याओं को गुणा करते हैं
 - एक संख्या से दूसरी संख्या को विभिन्न तरीकों से भाग देते हैं, जैसे — चित्रों द्वारा (बिंदुओं का आलेखन कर), बराबर बाँटकर, बार-बार घटाकर, भाग तथा गुणा के अंतर्संबंधों का उपयोग करके।
 - दैनिक जीवन से के संदर्भ में मुद्रा, लंबाई, भार, धारिता से संबंधित चार संक्रियाओं पर आधारित प्रश्न बनाते हैं तथा हल करते हैं।
- भिन्नों पर कार्य करते हैं —
 - एक दिए गए चित्र अथवा वस्तुओं के समूह में से आधा, एक चौथाई, तीन चौथाई भाग को पहचानते हैं।
 - संख्याओं/संख्याओं की मदद से भिन्नों को आधा, एक चौथाई तथा तीन चौथाई के रूप में प्रदर्शित करते हैं।
 - किसी भिन्न की अन्य भिन्न से तुल्यता दिखाते हैं।
- अपने परिवेश से विभिन्न आकृतियों के बारे में समझ अर्जित करते हैं
 - वृत्त के केंद्र, त्रिज्या तथा व्यास को पहचानते हैं।
 - उन आकृतियों को खोजते हैं जिनका उपयोग टाइल लगाने में किया जा सकता है।

अर्थात् यह पता करना कि 24 में 3 के कितने समूह हो सकते हैं या 3-3 के कितने समूह मिलकर 24 बनाते हैं।

- गणितीय कथनों पर आधारित संदर्भ से संबंधित प्रश्न बनाएँ जैसे — कथन $25-10=15$, पर अलग-अलग बच्चे अलग-अलग प्रश्न बना सकते हैं, एक बच्चा यह प्रश्न बना सकता है — ‘मेरे पास 25 सेब थे, 10 सेब खा लिए तो कितने सेब बचे?’
- समूह कार्य के माध्यम से संदर्भित प्रश्न बनाएँ, जैसे — पूरी कक्षा को दो समूह में बाँटना और एक समूह प्रश्न पूछे तथा दूसरा समूह विभिन्न संक्रियाओं का उपयोग कर उन्हें हल करें। इसी प्रकार दूसरा समूह प्रश्न करे तो पहला समूह उसे हल करे।
- भिन्न संख्याएँ, जैसे — आधा, एक चौथाई, तीन चौथाई पर चर्चा करें तथा उनका दैनिक जीवन से संबंध स्थापित करें।
- भिन्नात्मक संख्याओं को चित्रों/कागज़ को मोड़ने की गतिविधियों द्वारा प्रस्तुत करें, जैसे — चित्र के आधे भाग में रंग भरें



नीचे दिए गए चित्रों में किस चित्र का छायांकित भाग एक चौथाई को प्रदर्शित नहीं करता है?



- परकार की सहायता से अलग-अलग त्रिज्या के वृत्त बनाएँ और वृत्तों से बने विभिन्न डिज़ाइन का पता लगाएँ।

- दिए गए जाल (नेट) की मदद से घन/घनाभ बनाते हैं।
- कागज़ मोड़कर/काटकर, स्याही के धब्बों द्वारा, परावर्तन सममिति प्रदर्शित करते हैं।
- सरल वस्तुओं के शीर्ष दृश्य (Top View), सम्मुख दृश्य (Front View), साइड दृश्य (Side View) आदि का चित्रांकन करते हैं।
- सरल ज्यामितीय आकृतियों (त्रिभुज, आयत, वर्ग) का क्षेत्रफल तथा परिमाप एक दी हुई आकृति को इकाई मानकर ज्ञात करते हैं, जैसे — किसी टेबल की ऊपरी सतह को भरने के लिए एक जैसी कितनी किताबों की आवश्यकता पड़ेगी।
- मीटर को सेंटीमीटर एवं सेंटीमीटर को मीटर में बदलते हैं।
- किसी वस्तु की लंबाई, दो स्थानों के बीच की दूरी, विभिन्न वस्तुओं के भार, द्रव का आयतन आदि का अनुमान लगाते हैं तथा वास्तविक माप द्वारा उसकी पुष्टि करते हैं।
- दैनिक जीवन में लंबाई, दूरी, वज़न, आयतन तथा समय से संबंधित प्रश्नों को चार मूलभूत गणितीय संक्रियाओं का उपयोग कर हल करते हैं।
- घड़ी के समय को घंटे तथा मिनट में पढ़ सकते हैं तथा उन्हें a.m. और p.m. के रूप में व्यक्त करते हैं।
- 24 घंटे की घड़ी को 12 घंटे की घड़ी से संबंधित करते हैं।
- दैनिक जीवन की घटनाओं में लगने वाले समय अंतराल की गणना, आगे/पीछे गिनकर अथवा जोड़ने/घटाने के माध्यम से करते हैं।
- गुणा तथा भाग में पैटर्न की पहचान कर सकते हैं (9 के गुणज तक)

- घरों/फुटपाथ/विभिन्न इमारतों पर लगी विभिन्न आकृति की टाइल के अवलोकन पर बातचीत करें।
- स्वयं की टाइल का निर्माण कर पुष्टि करें कि टाइल सतह या क्षेत्र को पूरा-पूरा ढकती है या नहीं।
- कक्षा-कक्ष की विभिन्न वस्तुओं को अलग-अलग दृष्टिकोणों से देखें तथा इस दृष्टिकोण के आधार पर उनका चित्र बनाएँ, जैसे — एक गिलास सामने से इस तरह से दिखता है तो यह प्रश्न पूछा जा सकता है — “परंतु यह ऊपर से किस तरह दिखेगा” या “यह नीचे से किस तरह का दिखेगा?”
- रुपये को पैसे में परिवर्तित करें, जैसे — 20 रुपये में 50 पैसे के कितने सिक्के प्राप्त हो सकते हैं?
- बिल बनाएँ ताकि बिल बनाते समय चारों संक्रियाओं जोड़/घटा/गुणा/ भाग का प्रयोग हो।
- वस्तुओं की लंबाई/दूरी का पहले अनुमान लगाते हुए फिर उन्हें वास्तव में मापकर सत्यापित करें। उदाहरण के लिए, अपने बिस्तर की लंबाई का अनुमान या कक्षा-कक्ष और विद्यालय के गेट के बीच की दूरी का अनुमान लगाकर फिर उन्हें मापकर सत्यापित करें।
- एक तराजू बनाकर मानक बाटों से वस्तुओं का वजन करें। यदि मानक बाट उपलब्ध न हों तो मानक वजन वाले पैकेट का उपयोग किया जा सकता है, जैसे — किलोग्राम दाल का पैकेट, 200 ग्राम नमक का पैकेट, 100 ग्राम बिस्कुट का पैकेट।
- 500 ग्राम के पैकेट के स्थान पर 250 ग्राम के दो पैकेट प्रयोग करें (या समान वजन के पत्थर का उपयोग)
- बर्तनों की धारिता मापने हेतु स्वयं का मापक बर्तन बनाएँ, जैसे — 200 मि.ली. की बोतल का प्रयोग किसी जग या बर्तन में पानी की मात्रा मापने हेतु मापन इकाई के रूप में प्रयोग करना।
- सममिति (Symmetry) पर आधारित ज्यामिति पैटर्न का अवलोकन, पहचान कर उनका विस्तार करते हैं।
- इकट्ठा की गई जानकारी को सारणी, दंड आलेख के माध्यम से प्रदर्शित कर उनसे निष्कर्ष निकालते हैं।

- कैलेंडर का अवलोकन तथा अध्ययन करें तथा यह जानकारी प्राप्त करें कि माह/वर्ष में कितने सप्ताह होते हैं। प्रत्येक माह में दिनों की संख्या तथा सप्ताह दिन किस प्रकार तारीखों से संबंधित होते हैं आदि पैटर्न को खोजें।
- कक्षा के अंदर/बाहर, घंटे और मिनट में समय बताने/पढ़ने के अनुभव का उपयोग करें।
- आगे गिनना या जोड़/घटा के उपयोग से किसी घटना में लगने वाले समय की गणना करें।
- अपने परिवेश से पैटर्न/डिज़ाइन खोजें (जो आकृतियों या संख्याओं से बने हो) और ऐसे पैटर्न को बनाएँ और विस्तार करें।
- दैनिक जीवन की गतिविधियों से जानकारी एकत्र करें तथा उनसे अर्थपूर्ण निष्कर्ष निकालें। इन अनुभवों का प्रयोग कर विद्यार्थियों को आँकड़ों के प्रबंधन(Data Handling) संबंधित गतिविधियों में शामिल करें।
- अखबारों/पत्रिकाओं से आँकड़ों/दंड आलेख आदि को पढ़ें और उनकी व्याख्या करें।

कक्षा 5 (गणित)

सीखने-सिखाने की प्रस्तावित प्रक्रियाएँ	सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)
<p>सभी शिक्षार्थियों को जोड़ों में/समूहों में/व्यक्तिगत रूप से कार्य करने के अवसर दिए जाएँ तथा उन्हें प्रोत्साहित किया जाए कि वे —</p> <ul style="list-style-type: none"> • उन संदर्भों/स्थितियों पर चर्चा करें जिनमें 1000 से अधिक की संख्याओं की आवश्यकता होती है, जिससे संख्या प्रणाली का विस्तार सहज रूप से हो सकता है। उदाहरण के लिए, 10 किलोग्राम में कितने ग्राम होंगे, 20 किलोमीटर में कितने मीटर होंगे आदि। • स्थानीय मान का प्रयोग करते हुए 1000 से अधिक (100000 तक) की संख्याओं को प्रदर्शित करें, जैसे—9 हजार से बड़ी संख्याओं को सीखना, 9999 से 1 अधिक बड़ी संख्या कैसे लिखी जाती है? • मानक एल्गोरिद्म द्वारा बड़ी संख्याओं में जोड़ तथा घटा की संक्रिया करें। इसे संख्या प्रणाली के विस्तार के रूप में समझा जा सकता है। • भाग देने के विभिन्न तरीकों का प्रयोग करें, जैसे— बराबर बाँटना, गुणन की विपरीत क्रिया के रूप में। • सन्निकटन के द्वारा संख्या संक्रियाओं के परिणामों का अनुमान लगाएँ और उनकी पुष्टि करें। • गुणन तथ्यों, संख्या रेखा पर छोड़कर गिनना और संख्या ग्रिड के आधार पर किसी संख्या के गुणज की अवधारणा को समझें। • संख्याओं के भाग तथा गुणजों के आधार पर गुणनखंड की अवधारणा को समझें। • दैनिक जीवन के संदर्भ/स्थितियों के बारे में चर्चा कर एक समूह के हिस्से को समझें, जैसे— आधा दर्जन में कितने केले होंगे? 	<p>बच्चे —</p> <ul style="list-style-type: none"> • बड़ी संख्याओं पर कार्य करते हैं। <ul style="list-style-type: none"> — परिवेश में उपयोग की जाने वाली 1000 से बड़ी संख्याओं को पढ़ तथा लिखते हैं। — 1000 से बड़ी संख्याओं पर, स्थानीय मान को समझते हुए चार मूल संक्रियाएँ करते हैं। — मानक एल्गोरिद्म द्वारा एक संख्या से दूसरी संख्या को भाग देते हैं। — जोड़, घटाव, गुणन तथा भागफल का अनुमान लगाते हैं तथा विभिन्न तरीकों का प्रयोग कर उनकी पुष्टि करते हैं, जैसे— मानक एल्गोरिद्म का प्रयोग कर या किसी दी हुई संख्या को अन्य संख्याओं के जोड़ तथ्य के रूप में लिखकर संक्रिया का उपयोग करना। उदाहरण के लिए, 9450 को 25 से भाग देने हेतु 9000 को 25 से, 400 को 25 से तथा अंत में 50 को 25 से भाग देकर जितने भी भागफल प्राप्त हों उन सभी को जोड़कर उत्तर प्राप्त करते हैं। • भिन्न के बारे में समझ अर्जित करते हैं। <ul style="list-style-type: none"> — समूह के हिस्से के लिए भिन्न संख्या बनाते हैं। — एक दिए गए भिन्न के समतुल्य भिन्न की पहचान कर सकते हैं तथा समतुल्य भिन्न बनाते हैं। — दिए गए भिन्नों $1/2$, $1/4$, $1/5$ को दशमलव भिन्न में तथा दशमलव भिन्न को भिन्न रूप में लिखते हैं, जैसे— लंबाई और मुद्रा की इकाइयों का उपयोग 10 रुपये का आधा 5 रुपये होगा।

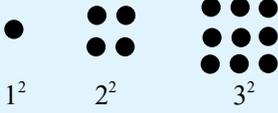
- विभिन्न तरीकों जैसे कागज़ मोड़कर, चित्रों के छायांकन के द्वारा भिन्नों की तुलना करें।
- विभिन्न गतिविधियों द्वारा तुल्य भिन्न को समझें, जैसे — कागज़ मोड़ना और छायांकन।



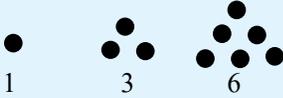
- दशमल भिन्न (1/10 वाँ भाग, 1/100 वाँ भाग) की अवधारणा को समझें।
- कोणों की प्रारंभिक समझ का प्रदर्शन करें तथा इसका वर्णन करें।
- परिवेश के कोणों का अवलोकन करें तथा उनके मापों की तुलना करें, जैसे — कोई कोण किसी किताब के कोने पर बने कोण (जो कि समकोण है) से छोटा, बड़ा या बराबर है। इसके साथ ही कोणों का वर्गीकरण करें।
- चाँद के कोण मापक यंत्र के रूप में जानें तथा इसके प्रयोग से कोण बनाएँ एवं मापन करें।
- कागज़ मोड़कर/काटकर सममिति की खोजबीन करें।
- आकृतियों के बारे में यह पता लगाएँ कि कौन-सी आकृतियाँ पूरा/आधा/चौथाई या तिहाई घुमाव के बाद भी वैसे का वैसे ही दिखाई देती हैं।
- खरीदने की योजना बनाएँ — आवश्यक धन (विभिन्न मूल्य वर्ग की मुद्रा में) तथा शेष मात्रा जो वापस मिलेगी, का अनुमान लगाएँ।
- विक्रेता/क्रेता का अभिनय करना, जिसमें विद्यार्थी बिल बनाएँ।
- टेप तथा मीटर स्केल के प्रयोग से विभिन्न वस्तुओं की लंबाइयों का मापन करें।
- बड़ी इकाइयों को छोटी इकाई में परिवर्तित करने की आवश्यकता को समझें।
- पानी की बोतल/शीतल पेय की बोतल पर अंकित धारिता की इकाई पर चर्चा करें।

- लंबाई और मुद्रा की इकाइयों का उपयोग 10 रुपये का आधा 5 रुपये होगा।
- भिन्न को दशमलव संख्या तथा दशमलव संख्या को भिन्न में लिखते हैं।
- कोणों तथा आकृतियों की अवधारणा की खोजबीन करते हैं।
 - कोणों को समकोण, न्यून कोण, अधिक कोण में वर्गीकृत करते हैं, उन्हें बना सकते हैं व खाका खींचते (ट्रेस) हैं।
 - अपने परिवेश में उन 2D आकृतियों को पहचानते हैं जिसमें घूर्णन तथा परावर्तन सममितता हो, जैसे — अक्षर तथा आकृति।
 - नेट का प्रयोग करते हुए घन, बेलन, शंकु बनाते हैं।
- सामान्यतः प्रयोग होने वाली लंबाई, भार, आयतन की बड़ी तथा छोटी इकाइयों में संबंध स्थापित करते हैं तथा बड़ी इकाइयों को छोटी व छोटी इकाइयों को बड़ी इकाई में बदलते हैं।
- ज्ञात इकाइयों में किसी ठोस वस्तु का आयतन ज्ञात करते हैं, जैसे — एक बाल्टी का आयतन जग के आयतन का 20 गुना है।
- पैसा, लंबाई, भार, आयतन तथा समय अंतराल से संबंधित प्रश्नों में चार मूल गणितीय संक्रियाओं का उपयोग करते हैं।
- त्रिभुजीय संख्याओं तथा वर्ग संख्याओं के पैटर्न पहचानते हैं।
- दैनिक जीवन से संबंधित विभिन्न आँकड़ों को एकत्र करते हैं तथा सारणीबद्ध कर सकते हैं एवं दंड आलेख खींचकर उनकी व्याख्या करते हैं।

- एक दिए गए स्थान को ठोस आकृतियों, धन, घनाभ, प्रिज्म, गोला आदि द्वारा भरें तथा बच्चों को इस बात का निर्णय लेने में प्रोत्साहित करें कि कौन-सी ठोस आकृति स्थान को भरने के लिये अधिक उपयुक्त है।
- किसी खाली स्थान को इकाई भुजा वाले घन से भरकर उनकी संख्या के द्वारा आयतन की गणना करें।
- विभिन्न संक्रिया करते समय संख्याओं के पैटर्न खोजकर उन पर आधारित नियम बनाएँ, जैसे — वर्ग संख्याओं का पैटर्न



— त्रिभुजीय संख्या का पैटर्न



- सूचना एकत्र कर उन्हें चित्रालेख के माध्यम से प्रस्तुत करें, जैसे — कक्षा के विद्यार्थियों की ऊँचाई के आँकड़े प्राप्त कर चित्रों के माध्यम से प्रदर्शित करना।
- समाचार-पत्रों/पत्रिकाओं से विभिन्न चित्रालेख/दंड आलेख एकत्र कर उन पर कक्षा में चर्चा करें।