

## गणित का अर्थपूर्ण शिक्षण

डोरी लाल\*

### सारांश

गणित हमारे जीवन के हर पक्ष में व्याप्त है। चाहे मजदूर हो या कोई व्यापारी, अभियंता या बेरोजगार, सभी का गणित के साथ एक सहज नाता और कम से कम उस स्तर की योग्यता जिस स्तर पर व्यक्ति उसका उपयोग करता है, एक समतामूलक समाज के लिए अत्यंत आवश्यक है। सच तो यह है कि भले ही हम स्कूल में सीखे गए गणितीय विषयवस्तु को भूल जाएँ, फिर भी गणितीय तर्क प्रक्रिया के अपने अनुभव के द्वारा स्पष्टता और तार्किकता से सोचने के कौशल की क्षमता को बनाए रख पाएँगे। यह जानना कि सीखना क्या है, उसके आधार क्या हैं और उसका गणित से क्या संबंध है, बच्चों को हम किस तरह गणित सिखा सकते हैं और उनके अनुभवों का किस प्रकार गणित के अधिगम में प्रयोग कर सकते हैं। एक अध्यापक के लिए यह जानना अत्यंत आवश्यक है। यहाँ अंतर्निहित मान्यता है कि गणित सीखना न सिर्फ हमें अपनी रोजमर्रा की ज़िंदगी में मदद करेगा बल्कि हमारे जीवन की गुणवत्ता भी इससे बेहतर होगी। इस लेख में हम बच्चों की शिक्षा, शिक्षण और सीखने के वातावरण का, परिस्थितियों का अवलोकन करने का प्रयास करेंगे। इसका उद्देश्य ये पता लगाना है कि बच्चों कि गहरी समझ को विकसित करने के लिए क्या आवश्यक है।

### प्रस्तावना

हम सभी शिक्षकगण यह अनुभव करते हैं कि प्रत्येक कक्षा में कुछ बच्चे सीखने में अधिक तीव्र होते हैं जो कि अन्य बच्चों से गणित के सवाल शीघ्रता से सीख लेते हैं, कुछ बच्चे ऐसे भी होते हैं जो उन सब के मुकाबले धीमी गति से सीख पाते हैं। कक्षा के बच्चों को हम दो प्रकार से देख सकते हैं- एक वो जिन्हें गणित

में रूचि है, और दूसरे वो जिन्हें गणित में रूचि नहीं है। समय के साथ जैसे-जैसे वे बच्चे उच्च कक्षाओं में प्रवेश करते हैं उनके बीच का अंतर और अधिक स्पष्ट दिखाई पड़ने लगता है। हममें से कई शिक्षक इस स्थिति को बदलने की कोशिश करते हैं और शायद हतोत्साहित और निराश भी हो जाते हैं। कुछ शिक्षक ऐसे भी होते हैं जो कोशिश भी नहीं करते हैं और उसी

\* सहायक प्रवक्ता गणित शिक्षण आई.ए.एस.ई. शिक्षा संकाय जामिया मिल्लिया इस्लामियाँ, नयी दिल्ली 25

हालात पर ही कक्षा को छोड़ देते हैं। शिक्षक प्रश्नों को हल करने में बार-बार एक ही विधि का उपयोग करते हैं, वही बात बार-बार दोहराकर समझाते हैं, पर उनकी समझाने के तरीके में कोई अंतर नहीं आता। आपको क्या लगता है, ऐसा क्यों होता है? इस स्थिति में सुधार के लिए आवश्यक है कि हम इसे भली-भाँति समझें और विचार करें कि आखिर यह स्थिति उत्पन्न क्यों होती है?

हमारी सांस्कृतिक विरासत में गणित का एक महत्वपूर्ण स्थान है, क्योंकि यह एक ऐसा ज्ञान है जो अपनी वैधता के लिए कठोर परीक्षा से गुजरा है। गणित निगमनात्मक साक्ष्यों के एक प्रतीक पर दृढ़तापूर्वक खड़ा है, यही वह कारण है कि गणित ग्रीक काल से ही ज्ञान की दूसरी शाखाओं में भी काफ़ी संलिप्त है। उदाहरण के लिए ज्योतिषी विद्या, दर्शन, तर्क, भौतिक तथा रसायन शास्त्र इत्यादि विश्व में ज़्यादातर विद्यालयों में पढ़ाये जाने वाला गणित अपेक्षाकृत एक समान और सुपरिभाषित है। अपनी अगली पीढ़ी को जो कुछ सौंप रहे हैं उसमें गणित की स्थिति को लेकर एक सहमति हमें देखने को मिलती है। संगीत की तरह गणित भी मानवजाति की खुद को परिभाषित करने वाली एक उपलब्धि और हमारी साक्षी संस्कृति का अहम हिस्सा है।

### सीखना से तात्पर्य?

बच्चों के सीखने के बारे में बहुत से तकनीकी मुद्दे जुड़े हैं। बच्चे पढ़ना कैसे सीखते हैं? बच्चे गिनना कैसे सीखते हैं? इन क्रियाओं का क्या क्रम हो सकता है? पढ़ना, सीखने और पैटर्न पहचानने में क्या अंतर

व क्या संबंध है? सोचना, समझना, पढ़ना, व्यक्त करना व तर्क कर पाना इस प्रकार की क्षमताओं में कोई अंतर है? याद करना रटना ज़रूर हो सकता है, सीखना कदापि नहीं। सीखने का तात्पर्य समझने से है और अवधारणा की समझ की शुरुआत से। जैसे कि बच्चों को गणित पढ़ाने में 1 से 100 तक गिनती का एक क्रम में बोलना आना ज़रूरी है, लेकिन बच्चों से ये अपेक्षा कब करनी चाहिए? हमारे लिए 100 तक क्रम में गिनती बोल पाने से भी ज़्यादा आवश्यक है कि बच्चा 20 या 30 तक वस्तुओं को गिन पाए, यह बता पाए कि गिनती की क्रम संख्या के छोटे-छोटे होने पर कैसे निर्भर है।

सीखना एक प्रक्रिया है न कि एक घटना। इसका अर्थ यह है कि हम जो भी कार्य करते हैं उससे हम कुछ सीखते हैं। कोई ऐसा पल नहीं होता जब हम कह सकें कि मैं इसके बारे में कुछ नहीं जानता था और अब जान गया। सीखना धीरे-धीरे चलता रहता है और इससे हमारी अवधारणाएँ धीरे-धीरे ज़्यादा व्यापक और ज़्यादा संदर्भों में उपयोग के योग्य बनती है।

सीखने के विषय में दी गई विभिन्न परिभाषाओं का सार अरनेस्ट हिलगार्ड (Ernest Hilgard) की इस परिभाषा से स्पष्ट हो जाता है- 'सीखना वह प्रक्रिया है जिससे कोई क्रिया प्रारंभ होती है, अथवा सामना की गई परिस्थिति से प्रतिक्रिया के द्वारा परिवर्तित की जाती है। बशर्ते क्रिया में परिवर्तन के लक्षण स्वाभाविक प्रतिक्रिया की प्रवृत्तियाँ, परिपक्वता अथवा जीव को अस्थायी दशाओं के आधार पर न समझाई जा सकें।'

सीखना, बच्चे के लिए अपने आस-पास की बातों को समझने, उनका प्रयोग करने, अपने विचारों को सशक्त रूप में रखने या व्यक्त करने, उनके लिए संघर्ष करने, अपनी जिंदगी को आनंदमय बनाने, समाज में अपना एक स्थान बनाने आदि कारणों से महत्वपूर्ण हो सकता है।

### सीखने की बुनियाद

किसी तथ्य का सीखना तभी संभव है, जब उसके अलग-अलग पहलू उजागर हों। इन आयामों में कुछ उस अवधारणा के अन्य तथ्यों के साथ संबंध भी हो सकते हैं, कुछ उसके ज़्यादा गहरे प्रयोग से संबंधित हो सकते हैं और कुछ मिलती-जुलती बातों के साथ समानता व अंतर की समझ के भी हो सकते हैं। कुछ इस तथ्य इस बात के हो सकते हैं कि वह अवधारणा और उससे जुड़ी विचारधारा किन परिस्थितियों को समझने में मदद देती है और किन परिस्थितियों को नहीं। इसके लिए बच्चे के द्वारा किए गए कार्य का ध्यानपूर्वक अवलोकन कर उसे समझना होगा। इस समझ की कोशिश के बाद ही हम उसे उपयुक्त गतिविधियों की तरफ ले जाएंगे। आकलन इसलिए आवश्यक है कि शिक्षक जान सके कि बच्चे ने क्या सीखा है और इसके आधार पर उन्हें आगे क्या सीखना है।

उदाहरण के तौर पर आयतन की अवधारणा को ले सकते हैं जैसे कि बच्चा यह जानता है कि कप या गिलास में से किसमें दूध कम है और किस में अधिक, उसमें तल की ऊँचाई से मालूम किया जा सकता है। वह यह भी आसानी से सोच सकता है कि एक छोटे बर्तन में द्रव डालने के लिए कई बार छोटे बर्तन को

भरकर डालना पड़ता है, लेकिन अलग-अलग आकार के बर्तनों में पानी की मात्रा की तुलना करना काफी बाद में आता है। इसी तरह से शुरू से ही समूहीकरण करने में बच्चे स्पष्ट गुणधर्मों के आधार पर बँटवारा कर सकते हैं। वह समूहीकरण को शायद सिर्फ वस्तु छाँटने के रूप में देखें। समूहीकरण की ज़्यादा व्यापक समझ बनाने के लिए ज़रूरी है, समूह में से चीज़ें, अलग-अलग तरह के आधारों पर छाँटना जैसे- रंग, गंध, आकार उपयोग आदि। इस अवधारणा को गहरा करने के लिए यह भी आवश्यक है कि धीरे-धीरे बच्चे कम अंतर वाली चीज़ों के और अमूर्त गुणधर्मों के आधार पर भी समूह बनाना सीखें।

### बच्चे सीखते कैसे हैं?

विद्यालय के वातावरण में यह दबाव होता है कि शिक्षक की भाषा बच्चे समझें। लेकिन इसके लिए यह ज़रूरी है कि बच्चे को शुरू से ही वे भाषाएँ भी सिखानी चाहिए जो शिक्षण – अधिगम के लिए आवश्यक हो। मुख्य बात यह है कि बच्चे सीखते तभी हैं जब वह इस प्रक्रिया में सक्रिय भागीदार हो। सिर्फ बैठकर सुनने से या सुना हुआ दोहराने से सीखना नहीं होता। यह सक्रियता तभी होगी जब बच्चों की भाषा शिक्षक समझेगा और उसका उपयोग करेगा। एक अनुसंधान के अनुसार – ‘शिशु और बच्चे वैज्ञानिक की तरह होते हैं। वे संसार का अनुभव करके तथा प्रेक्षण/अवलोकन करके सबूत एकत्रित करते हैं। गुड़िया से खेलते समय, खिलौनों को तोड़ते समय में सीखने की प्रक्रिया में भाग लेते हैं। हर बच्चे का सीखने का तरीका अलग हो सकता है। कोई शायद प्रलोभन से सीखे, कोई प्यार पाने के लिए सीखे, कोई

दबाव डालने पर सीखे, कोई प्यार से सीखे, तो कोई सिर्फ़ बाकी बच्चों पर रोब डालने के लिए या फिर घर वालों को प्रभावित करने के लिए सीखे। यह सब बच्चों की व्यक्तिगत विभिन्नताएँ होती हैं। बच्चों के जीवनचक्र व परिस्थितियों के साथ-साथ यह बदलता रहता है।

पारंपरिक विचार धारा अभ्यास केंद्रित शिक्षण पर कम, प्रक्रिया पर ज्यादा आधारित है। कक्षाओं में गणित की शिक्षा अब भी आमतौर पर इसी तरीके से होती है। बच्चों के सीखने में 'याद करने' और 'सही विधि' के अभ्यास करने पर ही जोर रहता है। गिनती करना, लिखना, संक्रियाओं को करना आदि सभी बिना किसी तरह के तर्क और कारण बताए या तो अभ्यास से करवाए जाते हैं या फिर एक क्रिया विधान के रूप में पेश किए जाते हैं। शिक्षक दर्जनों नियमों को याद रखने के नुस्खों और रटाई के लिए तुकबंदियों का प्रयोग करते हैं। इन दिनों आनंदमयी शिक्षण के नाम पर गणित को गीत से सिखाने वाले गुरु बहुत प्रसिद्ध हुए हैं। ये सभी अभ्यास केंद्रित शिक्षण के ही उदाहरण हैं।

इस विधि में गणित को एक उपकरण की तरह देखा जाता है। उपकरण को समझने में कोई तुक नहीं होती उसे तो काम में लेना आना चाहिए। इसी तरह ब्याज की गणना करने के तरीकों को समझने में कोई तुक नहीं मानी जाती, बस ब्याज की गणना करने का तरीका आना चाहिए। ऐसे भी कह सकते हैं कि गणित को सूत्रों का शास्त्र माना जाता है। सूत्र याद करने और सही जगह लगाने की चीज़ है समझने की नहीं। सूत्र लगाने की सही जगह वही है जो शिक्षक ने बताई है। आमतौर पर इस धारा के लोगों के लिए

गणित वैसा ही ज्ञान है, जैसा ज्योतिष। इस धारा के शिक्षण में जितने ज्यादा गणितीय तथ्य रटाए जा सकें उतना ही अच्छा हैं और जो ज्यादा और जल्दी रट ले वह काबिल और विद्वान। शायद हम इसी को सीखना समझ बैठे हैं।

### गणित शिक्षण की प्रचलित प्रवृत्तियाँ

स्कूलों में गणित शिक्षण के चलन पर नज़र डालें तो मुख्यतः दो प्रकार के स्वरूपों की पहचान आसानी से की जा सकती है। प्रथम प्रकार का चलन ठोस शिक्षण सामग्री के उपयोग पर अत्यधिक बल देता है। इस चलन में विश्वास करने वालों की मान्यता है कि हम एक ही उम्र के सीखने वालों के लिए ठोस आकृतियों द्वारा ही अनुभव ग्रहण करने का महत्व बना सकते हैं। इसके अनुसार गणितीय अनुशासन में एक महत्वपूर्ण पद 'मान लो' का जैसे कोई अर्थ ही नहीं है। इसका महत्व होना तो दूर की बात है। ठोस आकृतियों को अत्यधिक महत्व देने की प्रवृत्ति, शायद विज्ञान में प्रयोग के अनुचित महत्व को अनावश्यक रूप से गणित में भी लागू करने का कारण है। इसी के परिणाम स्वरूप इनका आग्रह होता है कि कक्षा में ज्यामिति की किसी प्रमेय को समझाते हुए शिक्षक को श्यामपट्ट पर प्रयोग होने वाले ज्यामितीय बॉक्स का उपयोग करके सटीक आकृति बनानी चाहिए अन्यथा प्रमेय सिद्ध नहीं की जा सकती। इस विधि पर विश्वास रखने वाले स्वयं को जीन पियाजे (Jean Piaget) तथा मॉन्टेसरी (Montessori) से प्रेरित मानते हैं। इस प्रवृत्ति को हम 'गणित में प्रयोग की मूल प्रवृत्ति' का नाम दे सकते हैं।

दूसरी बहुप्रचलित प्रवृत्ति गणित विषय में कुछ सूत्र याद करने, कुछ जमा-घटा करने की कुशलता तक

सीमित करके देखती है। इस प्रवृत्ति में विश्वास रखने वालों के लिए पहाड़े, संख्या पद्धति, चिह्न, प्रतीक, सूत्र, संक्रियाओं के संकलन की कुशलता आदि गणित के एकमात्र महत्वपूर्ण हिस्से हैं। इनके लिए गणितीय सोच की बुनियादी क्षमताएँ स्वयं सिद्ध मान्यताएँ याद रखने की ज़रूरत है। यह विचार मौखिकतावादी या रटन्तवादिता के सिद्धान्त पर आधारित है। इनका मानवीय सोच की सृजनात्मकता से कोई सरोकार नहीं दिखता। इनको हम 'गणित में सरलीकरण का मूल' कह सकते हैं।

### समझ तथा इसके स्वरूप

अनुभव की व्याख्या करने, उसे व्यवस्थित करने एवं उसका विश्लेषण करने के तरीकों की संपूर्ण मानवीय सामग्री, समझ शब्द को पारिभाषित करती है। विषय-वस्तु को समझने के लिए हम अवधारणाओं, अवधारणात्मक संरचनाओं तथा अवधारणाओं को व्यवस्थित करने के सामान्य नियम का प्रयोग करते हैं। विचार मंथन करने पर ज्ञात होता है कि समझने या जानने के अनेक तरीके हैं। उन तरीकों को मोटे तौर पर कुछ अलग-अलग समूहों में विभाजित किया जा सकता है। समझ के स्वरूपों को अलग-अलग पहचानने के लिए हार्ल्ट महोदय ने निम्न आधार सुझाए हैं –

1. विशिष्ट स्वरूप की अवधारणाएँ
2. अवधारणाओं के बीच के संबंध तथा इन संबंधों से उत्पन्न तार्किक संरचनाएँ जो कि स्वरूप में अलग हैं।
3. समझ के स्वरूपों के भीतर उत्पन्न अभिव्यक्ति के प्रकार

4. सत्य की कसौटियाँ तथा जाँच प्रक्रियाएँ जो अलग-अलग स्वरूपों के लिए अलग-अलग हैं।

कोई भी विज्ञान का छात्र यह सही-सही बता सकता है कि विज्ञान के कौन-कौन से अंश मूलतः गणित से संबंधित हैं। हालाँकि गणित, समझ का एक महत्वपूर्ण स्वरूप है तथा यह अपने आप में बाकी सभी विषयों से अलग है। इसलिए इस अनूठी प्रवृत्ति का उपयोग गणित की प्रकृति को समझने में लाभदायक हो सकता है।

### संख्याओं की समझ

संख्या/अंक गणित की सबसे बुनियादी अवधारणा है। इसके अभाव में गणित कल्पना से परे है। बच्चे के विकसित होते ही मस्तिष्क में संख्या का ज्ञान कैसे निर्मित होता है, मनोवैज्ञानिक संदर्भ में हम इसे ज्ञान को सीखने के परिप्रेक्ष्य में देखते हैं। हम जिन उपकरणों और संकेतों के द्वारा गणितीय ज्ञान को अन्य उद्देश्यों की दृष्टि से निर्मित करते हैं, वह शायद गणितीय बोध की समझ के लिए अपर्याप्त है। औपचारिक रूप से संख्या की अवधारणा को हम स्वयं सिद्ध मान्यता के रूप में परिभाषित करते हैं।

जीन पियाजे महोदय ने बच्चों की संख्याओं संबंधी समझ को परखने हेतु एक महत्वपूर्ण प्रयोग किया। जिसमें उन्होंने संख्या संरक्षण के एक प्रयोग में बच्चों को समान वस्तुओं की दो पंक्तियाँ दिखाईं। दोनों ही पंक्तियों को इस तरह रखा गया कि एक से दूसरे वस्तु की संगतता स्पष्ट दिखे, जब बच्चों से उन पंक्तियों में रखी वस्तुओं के समान या बराबर होने के बारे में प्रश्न पूछा गया तो बच्चों ने अनुमान के आधार

पर बताया कि उन दोनों पंक्तियों में बराबर वस्तुएँ हैं। उसके बाद प्रयोगकर्ता ने बच्चों की उपस्थिति में ही एक पंक्ति की वस्तुओं को थोड़ा फैला दिया। तदुपरांत बच्चों से दोनों पंक्तियों के बारे में फिर वही प्रश्न पूछा गया। परिणामस्वरूप यह पाया गया कि काफी बच्चों ने जो अधिकतर छः साल से छोटे थे, उन्होंने कहा कि “बड़ी पंक्ति में ज्यादा वस्तुएँ हैं।” जबकि उन दोनों पंक्तियों में न तो कुछ जोड़ा गया था और न ही कुछ घटाया गया था। जब इस प्रयोग को कई बार दोहराया गया तो उसके परिणामों की व्याख्या ने एक महत्वपूर्ण बहस को जन्म दिया। (ब्रायंट, 1996) बहस का मुद्दा यह था कि बच्चे यह क्यों नहीं समझ पाते हैं कि दोनों पंक्तियों में वस्तुओं की संख्या अब भी समान है। इसकी व्याख्या यह हुई कि बच्चे इस पूरे कार्य में अन्तर्निहित सामाजिक पहलू की एक गलत व्याख्या करते हैं। प्रयोगकर्ता कुछ अलग दिखने वाले परिवर्तन करता है और फिर से वही प्रश्न दोहराता है जो पहले पूछा गया था। ऐसी परिस्थिति में बच्चे खुद को उत्तर बदलने के लिए संभवतः बाध्य महसूस करते हैं क्योंकि वे प्रयोगकर्ता की मंशा के बारे में स्पष्ट नहीं होते। प्रयोग में बदलाव लाकर इस परेशानी को कम किया गया।

पियाजे के विपरित गेलमैन (Gelman) का मानना था कि गणना के आधार पर समानता स्थापित करने के लिए मूल शर्त गणना या गिनती करना है। गेलमैन का यह दावा था कि जब तक बच्चे गिनती के कौशल को पूर्ण रूप से विकसित नहीं कर लेते, तब तक वे कई संख्याओं को सापेक्षिक आकलन विश्वासपूर्वक नहीं कर पाते हैं

और इसलिए संख्या संरक्षण के इस प्रयोग में सफल नहीं होते।

### संख्याओं में संक्रिया

शुरू की कुछ संख्या को सीखने के बाद बच्चे संख्या पद्धति की उत्पत्ति नियम तथा स्थानीय मान आदि को सीख लेते हैं जो उन्हें बड़ी संख्या की गणना में मदद पहुँचाता है। संख्याओं को गिनने के लिए दशमलव संरचनाओं के प्रयोग और उसके उत्पत्ति के नियम को समझना बच्चों के लिए ज़रूरी है। एक अनुसंधान के अनुसार ढाई साल तक के बच्चे संख्या के नामों की पहचान करना सीख जाते हैं यदि उन्हें उपयुक्त शिक्षा माहौल तथा प्रोत्साहन दिया जाए। संख्याओं को गिनने की संरचना में भारतीय परिवारों की भाषाओं में कई बारीकियाँ हैं जैसे – अंग्रेज़ी में ‘टीन’ का होना, दो अंकों की संख्या के शब्द में एक खास व्युत्क्रम का होना तथा हिंदी में 19, 29..... के संख्या शब्द का होना।

कई स्कूलों में ‘मानसिक गणित’ की तरफ़ कोई ध्यान नहीं दिया जाता है। जबकि मानसिक गणित गणनाओं का ऐसा पुलिंदा / समूह है जिसमें बच्चों को कई तरीकों से गणित की समस्या हल करने को प्रोत्साहित किया जाता है जो कि अवधारणात्मक समझ को विकसित करने तथा संख्या को प्रयोग करने में विश्वास प्राप्त करने के दृष्टिकोण से काफ़ी महत्वपूर्ण है। जैसे ही अवधारणात्मक आधार का विकास बच्चे कर लेते हैं। वैसे ही उनका कौशल एक प्रभावशाली दक्षता तक पहुँच जाता है और कई बच्चे ये स्तर, स्पष्ट तौर से बताए गए निर्देशों के अनुसार प्राप्त कर लेते हैं।

यह तर्कसंगत नहीं लगता है कि बहुत सारे छात्र कुछ-कुछ विशेष संप्रत्ययों में काफ़ी बुरा प्रदर्शन करते हैं, मसलन घटाना, भाग, भिन्न आदि की गणनाविधि। इस प्रकार से बुनियादी संक्रियाओं की गणना विधि को सिखाना उनके प्रयोगात्मक बोध को प्राप्त करने से बिलकुल भिन्न है। गणनाविधि विधियों का एक ऐसा सरलीकरण है, जिसमें संक्रियाओं के साथ गणनाओं को करना होता है। दशमलव का स्थानीय चिह्न इस संकुचन को संभव बनाता है। ऐसे में जब एक अंक की संक्रियाएँ मानकीकृत रूप में नहीं होती हैं, तब विशेष ध्यान देने की आवश्यकता होती है। उदाहरण – जब हम छोटे अंक से बड़े अंक को घटा रहे होते हैं तब, या जब उसमें शून्य भी शामिल हो, तब अधिकतर छात्र-छात्राएँ गलतियाँ करते नज़र आते हैं। कुछ छात्र गलती से यह मान लेते हैं कि वे केवल एक अंक की संख्या से गणना कर रहे हैं। बहुधा इन बच्चों के लिए गणनाक्रम उनकी अवधारणात्मक समझ से अलग का विषय होता है।

### चर की समझ

अंक गणितीय कथनों को करते हुए जब छात्रों का अचानक ही पहली बार चर से परिचय होता है, तब वे सामान्यतः उसे नज़र अंदाज कर देते हैं। छात्र यहाँ चरों की व्याख्या किसी वस्तु या बीज के संकेत के तौर पर या एक संख्या के रूप में करते हैं। लेकिन वे इस बारे में विचार एक नियत मान को लेकर करते हैं। कुछ छात्र इन चरों का मान उनके वर्णमाला में स्थान के आधार पर भी करते हैं, अर्थात् अ 1, ब 2 इत्यादि। यह विशिष्ट प्रकार का असमंजस छात्रों

के परिचय का परिणाम माना जाता है। इसे हम छात्रों द्वारा इस संकेतवाद के अगले स्तर अर्थात् कथनों के समझने के उनके विकासक्रम के अगले पड़ाव के रूप में मान सकते हैं। बीज गणितीय कथनों की संरचना और उनके कार्यों की समझ बीज गणितीय विचार प्रणाली के केंद्र का निर्माण करती है।

### निष्कर्ष

ऊपर दिए गए विचार स्वाभाविक रूप से इस बाबत कुछ निष्कर्षों की ओर ले जाते हैं कि कक्षा में गणित की संकल्पना को बच्चों में कैसे सींचा जाए। कक्षागत विश्लेषणों का परिणाम है कि अनुसंधानकर्ता यह जान सका कि बच्चों को अलग-अलग वातावरण या परिवेश में रहते हुए कक्षा अधिगम में जो बाधाएँ आती हैं, वह यह समझने के लिए आवश्यक हैं कि बच्चों में विषय-वस्तु की समझ कैसे विकसित की जाए और कैसे उनके अधिगम-अनुभवों को शिक्षण में समाहित किया जाए। जिससे वह गणित प्रश्नों को हल करते समय अपने आप को असहाय महसूस ना करें और उनमें गणित के प्रति भय उत्पन्न न हो। कई बच्चों को स्कूली शिक्षण में गणितीय संकल्पनाओं की अमूर्त और औपचारिक प्रकृति को समझने में परेशानी का अनुभव होता है। जबकि वह गणितीय संकल्पनाएँ जिन्हें वे अपने अनुभव से सीखते हैं, वो अनौपचारिक और सहज ज्ञान युक्त होती हैं। इसलिए स्कूली शिक्षण तथा गणित विषय से जुड़े हुए जागरूक नागरिकों, शिक्षकों, स्कूल प्रशासकों, शिक्षक-प्रशिक्षकों आदि के लिए यह ज़रूरी है कि वे यहाँ उठाए गए मुद्दों के बारे में किसी न किसी स्तर पर कुछ न कुछ जरूर सोचें। इसे सबसे अच्छे तरीके से कैसे किया जा सकता है। यह एक खुला प्रश्न है।

## संदर्भ

- खान फ़रीदा ए. 2004. *लिविंग लर्निंग एंड डूइंग मैथमेटिक्स — ए स्टडी ऑफ़ वर्किंग चिल्ड्रेन इन दिल्ली*. कन्टेंपरी एजुकेशन डायलॉग, पृष्ठ 199-277
- धनकर, आर. 2009. *गणित का सीखना और सिखाना एन.सी.ई.आर.टी.*, भारतीय आधुनिक शिक्षा पत्रिका गणित शिक्षा पर विशेषांक अंक – 3, पृष्ठ 36-47
- लर्निंग कर्भ. 2010. *स्कूल मैथमेटिक्स पर विशेषांक ए न्यूज़ लेटर ऑफ़ अज़ीम प्रेमजी फ़ाउंडेशन अंक – 2* नवंबर 2010
- शर्मा, महेश. 1989. *हाउ चिल्ड्रेन लर्न मैथमेटिक्स — प्रोफ़ेसर महेश शर्मा का साक्षात्कार जीत बिल डामेनी के साथ लंदन*. ऑक्सफ़ोर्ड पोलिटेक्निक स्कूल ऑफ़ एजुकेशन. 90 मिनट एजुकेशन मेथड यूनिट. विडियोकैसेट